THE DEMPSTER-SHAFER MODEL OF MECHANICAL OBJECT DURABILITY IN LABORATORY CONDITIONS

Katarzyna Topolska*

Mariusz Topolski**

**Politechnika Wrocławska, Wydział Mechaniczny*
Instytut Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn
ul.Łukasiewicza 7/9, 50-371 Wrocław
tel.: +48 071 3477918
e-mail: katarzyna.topolska@pwr.wroc.pl

***Politechnika Wrocławska, Wydział Elektroniki*
Katedra Systemów i Sieci Komputerowych
ul. Janiszewskiego 11/17
Wrocław
e-mail: mariusz.topolski@pwr.wroc.pl

Abstract

In the work the model of free from defect parameters determination of mechanical objects is presented. The new information synthesis was proposed, in which the coefficient of reliability is not determined but the Dempster combination rule is used. Based on the synthesis of independent experts rules the mass functions were determined and used for conviction determination in that the object is usable. The values of determined mass functions are used in further conviction calculations of occurred free from damage parameters. In the analysis the part specified model was assumed in which missing specification is not complement.

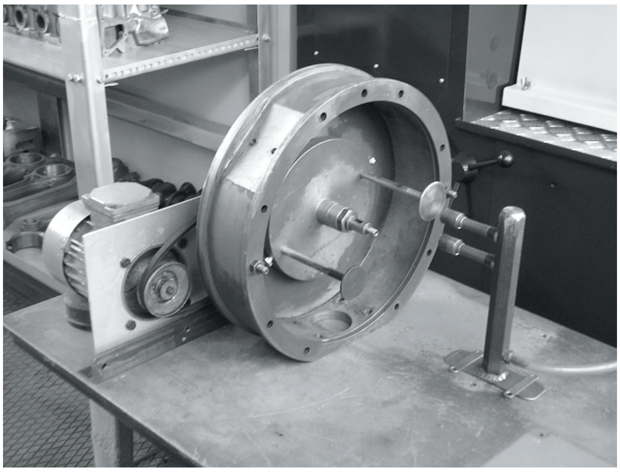
MODEL DEMPSTERA-SHAFERA DO OCENY TRWAŁOŚCI OBIEKTU MECHANICZNEGO W WARUNKACH LABORATORYJNYCH

Streszczenie

W pracy przedstawiono model wyznaczania parametrów nieuszkadzalności obiektów mechanicznych. Zaproponowano nową syntezę informacji, w której nie wyznacza się współczynnika pewności, ale stosuje się regułę kombinacji Dempstera. Na podstawie syntezy niezależnych reguł ekspertów wyznaczane są funkcje masy, wykorzystywane do wyznaczania przekonania w to, że obiekt jest zdatny do użytku. Wartości wyznaczonych funkcji masy są dalej wykorzystywane do obliczenia przekonań współwystępowania parametrów nieuszkadzalności. W analizie założono model częściowo wyspecyfikowany, w którym nie uzupełnia się brakującej specyfikacji.

1. Wstęp

Ocena trwałości obiektu mechanicznego w warunkach laboratoryjnych przy subiektywnym jej wyznaczaniu może okazać się nieprecyzyjna, niepełna. Rozpatrując ją w kategoriach czysto probabilistycznych może okazać się, że oszacowanie prawdopodobieństw warunkowych wystąpienia pewnej zmiennej pod warunkiem, zaistnienia grupy zmiennych może okazać się nie możliwe. Może być to przyczyną niepełnej specyfikacji informacji. Uszkodzenia danego fragmentu konstrukcji mechanicznej mają charakter nagły, zużyciowy lub starzeniowy, a zagadnienia naprawialności nie są brane pod uwagę [1]. Podstawową wadą metod niezawodności są: przyjęcie uproszczeń opisu danych towarzyszących obiektom mechanicznym, jak i brak informacji o tych obiektach. Przy zaworach z powłokami ceramicznymi, możemy przyjąć, że niepewnymi wielkościami opisującymi konstrukcję zaworu są: wytrzymałość zmęczeniowa, zużycie graniczne oraz wymiar krytyczny pęknięcia (zmienne podstawowe). Czynnikami zewnętrznymi (kontekstowymi) wpływającymi na zmienne podstawowe może być oddziaływanie temperatury na element, prędkość obrotowa wału z zamocowanym zaworem i oczywiście czas eksploatacji. Zdjęcie budowy stanowiska badawczego znajduje się na rys. 1.



Rys. 1. Zdjęcie stanowiska badawczego
Fig. 1. Picture of investigative position

Ponieważ zmienne opisujące konstrukcje mają charakter niepewny, a ocenia ich jest subiektywna na podstawie oceny ekspertów, to do wyznaczenia prawdopodobieństw wystąpienia nieuszkadzalności jak i jej parametrów (podstawowych i kontekstowych) przyjęto model Dempstera-Shafera, dalej w skrócie będziemy nazywać go DS.

2. Matematyczny opis zadania rozpoznawania

Ponieważ w przypadku powłok ceramicznych element uszkodzony nie będzie podlegał naprawie, więc gotowość obiektu [1], prawdopodobieństwo a posteriori gotowości (jeżeli obiekt nie jest naprawiany) jest definiowane [1] jako:

$$K_g(t) = R(t)\,. \tag{2.1}$$

W naszym wypadku po okresie pracy urządzenia Δt poddajemy subiektywnej ocenie procentowe uszkodzenie elementu pokrytego powłoką ceramiczną. Zaleca się w celu dokładniejszej analizy aby analiza była dokonywana co najmniej przez dwóch ekspertów (są to informacje niezależne). Przyjmijmy zatem następującą postać nieuszkadzalności:

$$\begin{aligned}
R_{k,PP}^{KT} &= R_k^{KT}(t,,TP,\omega) = Bel_k^{KT}\{A(t,TP,\omega);\;\; 0 \le \tau < t\},\\
R_{k,PW}^{KT} &= R_k^{KT}(L,S) = Bel_k^{KT}\{A(L,S;\;\; 0 \le \tau < t)\},\\
R_k^{KT} &= R_{k,PP}^{KT} \otimes R_{k,PW}^{KT} = Bel_{k,PP}^{KT}\{A(t,TP,\omega)\} \otimes Bel_{k,PW}^{KT}\{A(L,S)\},
\end{aligned} \tag{2.2}$$

gdzie:

t – czas eksploatacji części konstrukcyjnej,
L – głębokość pęknięcia,
$S = \left[S_u, S_p\right]^T$ - wektor wytrzymałości,
S_u - wielkość pęknięcia,
S_p - zużycie powłoki ceramicznej,
TP – temperatura zaworu w trakcie badań,
ω - prędkość obrotowa [obr/min] tarczy z zaworami,
k – kolejny element badany,
PP – parametry pracy,
PW – parametry wytrzymałości,

$Bel_k^{KT}\{A(t, L, S, TP, \omega)$ - oznacza funkcję przekonania, w to, że obiekt jest zdatny.

Przez funkcję przekonania w sensie teorii DS rozumie się taką funkcję Bel:2^{ θ }→[0,1], że

$$\mathrm{Bel(A)} = \sum_{B \in A} m(B) = 1, \tag{2.3}$$

gdzie m(B) jest funkcją masy w sensie teorii DS.

Przez funkcję masy w sensie teorii DS rozumie się funkcję m:2^{ θ }→[0,1] spełniającą warunki:

$$\sum_{A \in 2^{\theta}} m(A) = 1, \tag{2.4}$$

$$\mathrm{m}(\phi) = 0, \tag{2.5}$$

$$\forall_{A \in 2^{\theta}} m(A) \geq 0 \,. \tag{2.6}$$

Rozpatrując dwa rozkłady m1 i m2, można dokonać ich połączenia, otrzymując nowy rozkład bazowy m według reguły

$$\mathrm{m(C)} = \frac{\sum_{A \cap B = C} m1(A) \cdot m2(B)}{\sum_{A \cap B \neq \phi} m1(A) \cdot m2(B)}. \tag{2.7}$$

Ocena każdego eksperta o wartości nieuszkadzalności będzie wyznaczana na podstawie reguł:

Reguła eksperta:

JEŻELI obiekt pracował w danym przedziale , czasu Δt^n
i wystąpiły w tym czasie wartości parametrów t, L, S, TP, ω
TO obiekt jest nieuszkodzony $A(t, L, S, TP, \omega)$ (2.8)
ze średnią wartością funkcji masy
nie mniejszą niż m_{E-}^n i nie większą niż m_{E+}^n

Kiedy mamy dwie niezależne opinie nieuszkadzalności w postaci reguły (2.8) to wyznaczenie średnich wartości funkcji masy dla każdej opinii eksperta można dokonać za pomocą prostej zależności:

$$m_E^n(t^n, L^n, S \;\; , TP^n, \omega^n)) = \frac{m_{E-}^n + m_{E+}^n}{2}, \tag{2.9}$$

gdzie:
E – oznacza eksperta.

Tak otrzymane wartości funkcji masy od n-ekspertów łączymy za pomocą reguły kombinacji Dempstera (2.7). Następnie łatwo można wyznaczyć wartość funkcji przekonania (2.3), która w kontekście tak postawionego zadania będzie miała postać:

$$\mathrm{Bel}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{KT}}(A_{E_1\ldots E_n}^n(t^n, L^n, S \;\; , TP^n, \omega^n)) = m_{E_1\ldots E_n}^n(A_{E_1\ldots E_n}^n(t^n, L^n, S \;\; , TP^n, \omega^n)), \tag{2.10}$$

gdzie:

$m_{E_1\ldots E_n}^n(A_{E_1\ldots E_n}^n(t^n, \omega^n{}_{\Phi}, \kappa^n))$ - jest rozkładem funkcji masy złożonym z niezależnych rozkładów wyznaczonych przez ekspertów.

Oczywistą uwagą jest fakt, że wszystkie wartości parametrów w zadanych odstępach czasowych są mierzone, obliczane i zapamiętywane.

W dalszej części zakładać będziemy, że reguły ekspertów są niesprzeczne.

Ponieważ ocena poszczególnych parametrów jest niepewna oraz nieprecyzyjna zatem parametry tj. t, L, S, TP, ω można przedstawić w sposób rozmyty. Przykładowe funkcje przynależności zawarto na rys. 2, gdzie oznaczenia BM, M, S, D, BD, są to zmienne lingwistyczne (**B**ardzo **M**ały, **M**ały, **Sredni, D**uży, **B**ardzo **D**uży).
Wartości max dla każdej zmiennej są wyznaczane subiektywnie na podstawie pomiaru - przy jakich wartościach badany obiekt stracił właściwości do dalszej eksploatacji. Wartości te ulegają zmianie, wtedy, gdy na podstawie badań innej próbki ocenimy, że jej zdolność do pracy kończy się przy innych wyższych wartościach max. W ten sposób po n- próbkach możemy na pewnym poziomie istotności ustalić graniczne wartości dla każdej zmiennej.

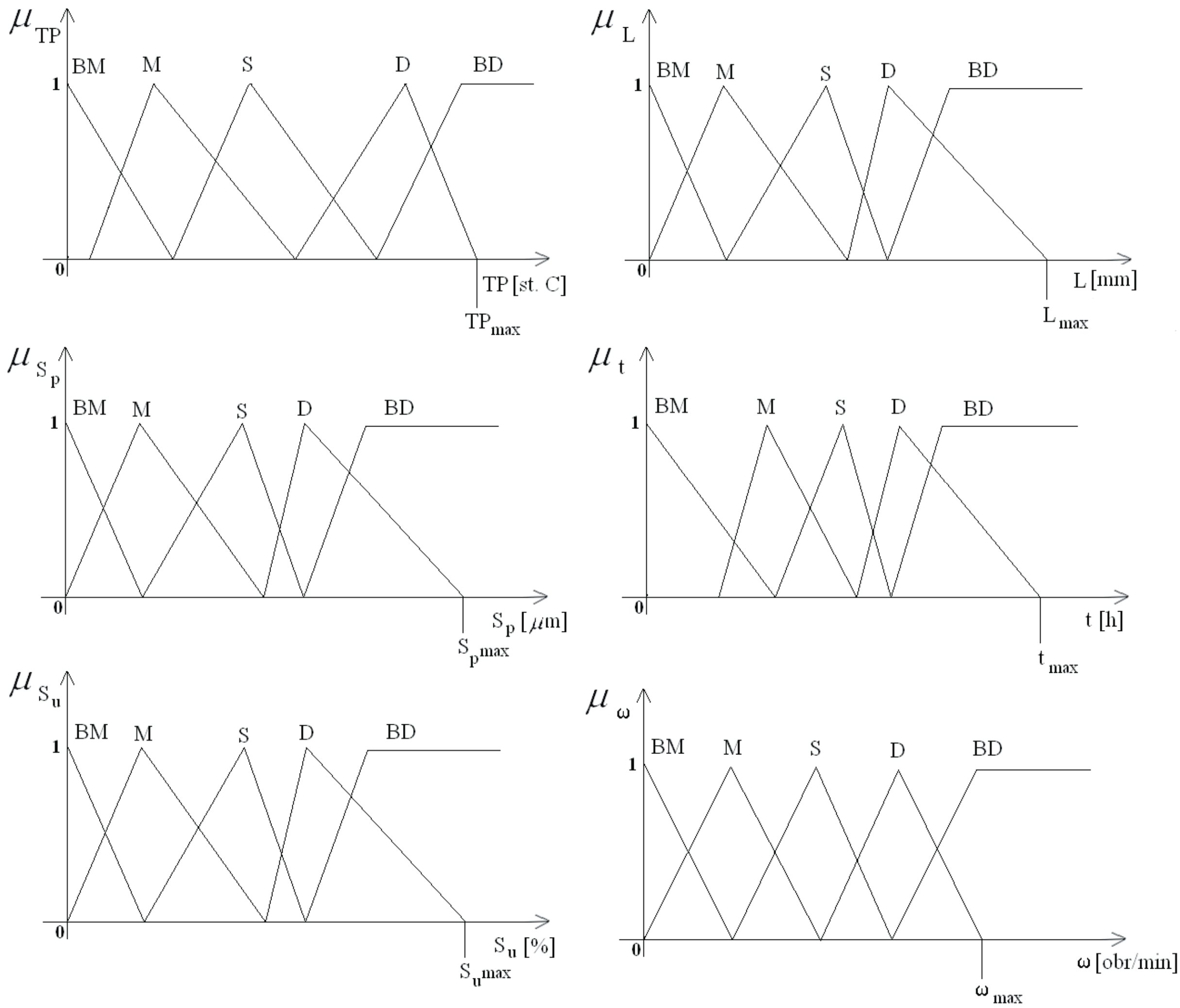
W celu wyznaczenia zależności między parametrami można wykorzystać regułę warunkowania [4].

Jeżeli jesteśmy zainteresowani hipotezami należącymi do pewnego niepustego podzbioru Δ całej przestrzeni Θ. Wówczas odwzorowanie Γ można przedstawić:

$$\Gamma_\Delta(\{\omega\}) = \Gamma(\{\omega\} \cap \Delta). \tag{2.11}$$

Przy takim założeniu miara Bel przyjmuje postać:

$$Bel(H \mid \Delta) = (Bel(H \cup (\Theta - \Delta)) - Bel(\Theta - \Delta)) / (1 - Bel(\Theta - \Delta)). \tag{2.12}$$



Rys. 2. Przykładowe funkcje przynależności
Fig 2. The instances of pertained functions

3. Przykład praktyczny

Przyjmijmy dla uproszczenia, że mamy tylko trzy cechy opisujące obiekt, i niech to będą: t, S i TP.

Niech teraz przestrzeń stanów Θ dla naszego problemu ma postać $\Theta = t \times S \times TP$, gdzie np. S - oznacza stany rozmyte zdarzenia zużycia powłoki ceramicznej {M, D}. Oczywiście M-oznacza mały, a D- duży i przypisane im konkretne funkcje przynależności $f_R^L(\bar{K})$, podobnie dla pozostałych zmiennych, których wartości można przedstawić jako rozmyte. Ostatecznie przestrzeń stanów 3-wymiarowej zmiennej (t, S, TP) może się składać np. z 8 elementów. (podobną analizę można odnaleźć z pozycji [4]).

Zatem:

$$\Theta_1 = (t_D, S_D, TP_D),$$

$$\Theta_2 = (t_D, S_D, TP_M),$$
$$\Theta_3 = (t_D, S_M, TP_D),$$
$$\Theta_4 = (t_D, S_M, TP_M),$$
$$\Theta_5 = (t_M, S_D, TP_D),$$
$$\Theta_6 = (t_M, S_D, TP_M),$$
$$\Theta_7 = (t_M, S_M, TP_D),$$
$$\Theta_8 = (t_M, S_M, TP_M).$$

Za pomocą wyznaczonych przez ekspertów wartości masy dla nieuszkadzalności obiektu możemy teraz wyznaczyć różne przekonania, np. że skoro obiekt pracuje krótki czas (można tutaj dla potrzeb analizy wyostrzyć wartość czasu i podać go w przedziale liczb rzeczywistych [2]) i temperatura palnika jest duża to np. uszkodzenie powierzchni zaworu z powłoką ceramiczną jest małe. Zakładamy, że palnik ma wysoką temperaturę.
W naszym wypadku odwzorowanie $\Gamma : \Omega \to 2^{\Theta}$ ma postać:

$\Gamma_{\Delta}\left(\{A(t,S,TP)\}\right) = \{\Theta_3, \Theta_7\}$, $\Gamma_{\Delta}\left(\{\neg A(t,S,TP)\}\right) = \{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_4, \Theta_6, \Theta_8\}$, to m-funkcja (1.5) będzie miała postać:

$$m(\{\Theta_3, \Theta_7\}) = m_E^n(A_E^n(t,S,TP)),$$

$$m(\{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_4, \Theta_6, \Theta_8\}) = m_E^n(\neg A_E^{n,}(t,S,TP)),$$

$m(A) = 0$ dla każdego innego podzbioru przestrzeni Θ.

Przyjmijmy, że $m(\{\Theta_3, \Theta_7\})$=0.98, natomiast $m(\{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_4, \Theta_6, \Theta_8\})$=0.02.

Niech Δ będzie podzbiorem przestrzeni Θ odpowiadającym krótkiemu okresowi pracy urządzenia, $\Delta = \{\Theta_5, \Theta_6, \Theta_7, \Theta_8\}$. Zgodnie z równaniami (2.11) i (2.12) możemy zmodyfikować odwzorowanie (2.11) i zapisać je w następującej postaci:
$\Gamma_{\Delta}\left(\{A(t,S,TP)\}\right) = \{\Theta_7\}$, $\Gamma_{\Delta}\left(\{\neg A(t,S,TP)\}\right) = \{\Theta_6, \Theta_8\}$, to m-funkcja (2.4) będzie miała postać:

$$m(\{\Theta_7\}) = m_E^n(A_E^n(t,S,TP)),$$

$$m(\{\Theta_6, \Theta_8\}) = m_E^n(\neg A_E^n(t,S,TP)),$$

$m(A) = 0$ dla każdego innego podzbioru przestrzeni Δ.

Wyznaczmy teraz przekonanie, że skoro obiekt pracuje krótki czas i temperatura palnika jest duża, to uszkodzenie powierzchni zaworu z powłoką ceramiczną jest małe

$$Bel(\{\Theta_7\} | \Delta) = \left(Bel(\{\Theta_3, \Theta_7\} \cup (\{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4\})) - Bel(\{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4\})\right) / \left(1 - Bel(\{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4\})\right).$$

Teraz w prosty sposób można obliczyć, że $Bel(\{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4\})$=0.
Z czego otrzymujemy:

$$Bel(\{\Theta_7\} | \Delta) = 0{,}98.$$

W podobny sposób można wyznaczyć warunkowe przekonania dla innych kombinacji przestrzeni $\Theta = t \times S \times TP$.

Na każdym etapie wnioskowania otrzymujemy różne wartości S i TP w dziedzinie czasu t. Możemy wyznaczyć charakterystyki R(t), S(t), S(TP). Jeżeli do analizy zastosujemy więcej zmiennych opisujących obiekt, to w ten sposób możemy wyznaczyć więcej charakterystyk.

Należy przyjąć odpowiedni model estymacji parametrów szukanych funkcji i na podstawie obliczeń zastosować je do wyznaczenia końcowych charakterystyk.

Dla przypadku (2.2) możemy wyznaczyć pewną zależność:

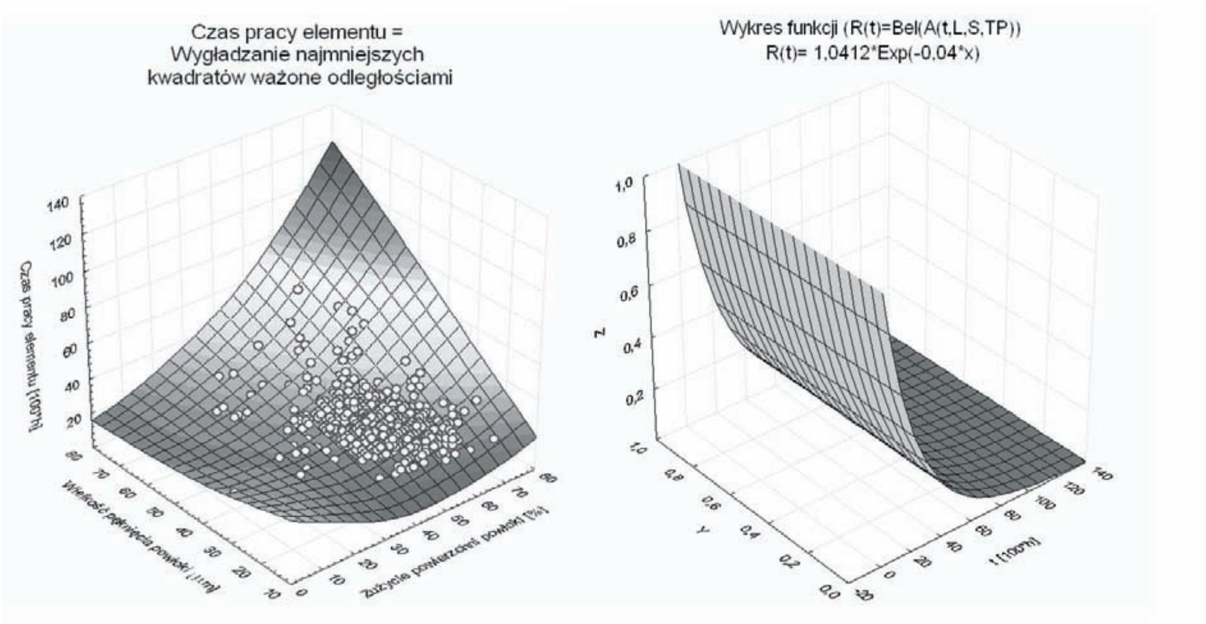
$$R_k^{KT} = R_k^{KT}(t, L, S, TP, \omega) = Bel_k^{KT}\{A(t, L, S, TP, \omega);\quad 0 \le \tau < t\} = \alpha \cdot \exp\{-\beta \cdot t\}. \quad (2.13)$$

Znając parametry α i β, możemy wyznaczyć czas po którym, niezawodność osiągnie konkretną wartość z zależności:

$$t = \frac{1}{\beta} \cdot \ln \frac{R^{KT}(t)}{\alpha}. \quad (2.14)$$

$$R_k^{KT} = R_k^{KT}(t, L, S, TP, \omega) = Bel_k^{KT}\{A(t, L, S, TP, \omega);\quad 0 \le \tau < t\} = 1.041 \cdot \exp\{-0.04 \cdot t\}.$$

Charakterystyki otrzymane drogą symulacyjną przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Wykresy niezawodności od czasu
Fig. 3. Graphs of reliability from time

Wykres rys. 3 jest tylko wynikiem symulacji dla dowolnie dobranych ograniczeń i wartości zmiennych nieuszkadzalności. Zmienna Z=R(t). Naniesione punkty na wykresie, są to wyniki pomiarów nieuszkadzalności co pewien zadany czas t, do momentu zużycia granicznego. Przykłady danych rzeczywistych można będzie implementować podczas badań laboratoryjnych. Należy wtedy dobrać odpowiednio parametry niezawodności, które w największym stopniu, dyskryminują nieuszkadzalność. Można oczywiście generować wykresy powierzchniowe pokazujące wpływ dwóch, trzech parametrów na siebie oraz na nieuszkadzalność.

4. Literatura:

[1] Nowakowski T., Metodyka prognozowania i niezawodności obiektów mechanicznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.

[2] Rutkowska D., Piliński M., Rutkowski L., Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. Wydawnictwo Naukowe PWN, Łódź 1999.

[3] Wieczorkowski R., Zieliński R., Komputerowe generatory liczb losowych. Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa 1997.

[4] Wierzchoń S., Metody reprezentacji i przetwarzania informacji niepewnej w ramach teorii Dempstera-Shafera, Instytut Podstaw Informatyki Polskiej Akademii Nauk, Warszawa 1996.

[5] Woźniak M., Podstawy komputerowego rozpoznawania sterowanych łańcuchów Markowa z regułami eksperta i ciągiem uczącym – algorytmy i ich zastosowanie w diagnostyce medycznej, Praca doktorska nr 2/96, Politechnika Wrocławska, 1996.